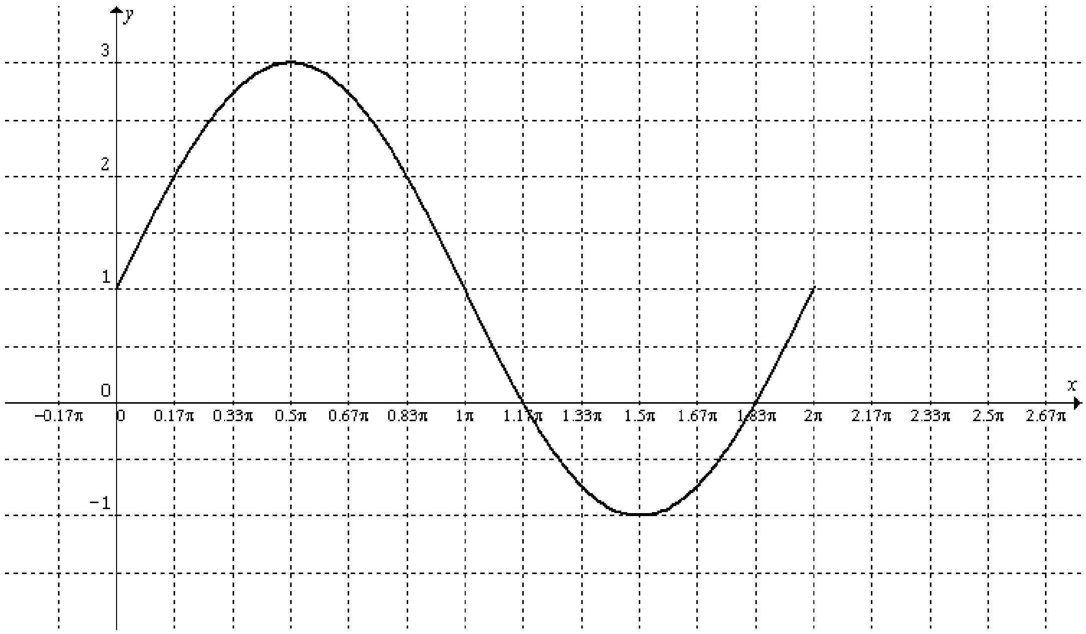
En la mayoría de los ejercicios punto 4, falta expresar los intervalos de positividad y negatividad como intervalos o unión de intervalos. Para obtenerlos usar el T. de Bolzano y los ceros de la función.

Ejercicio 4

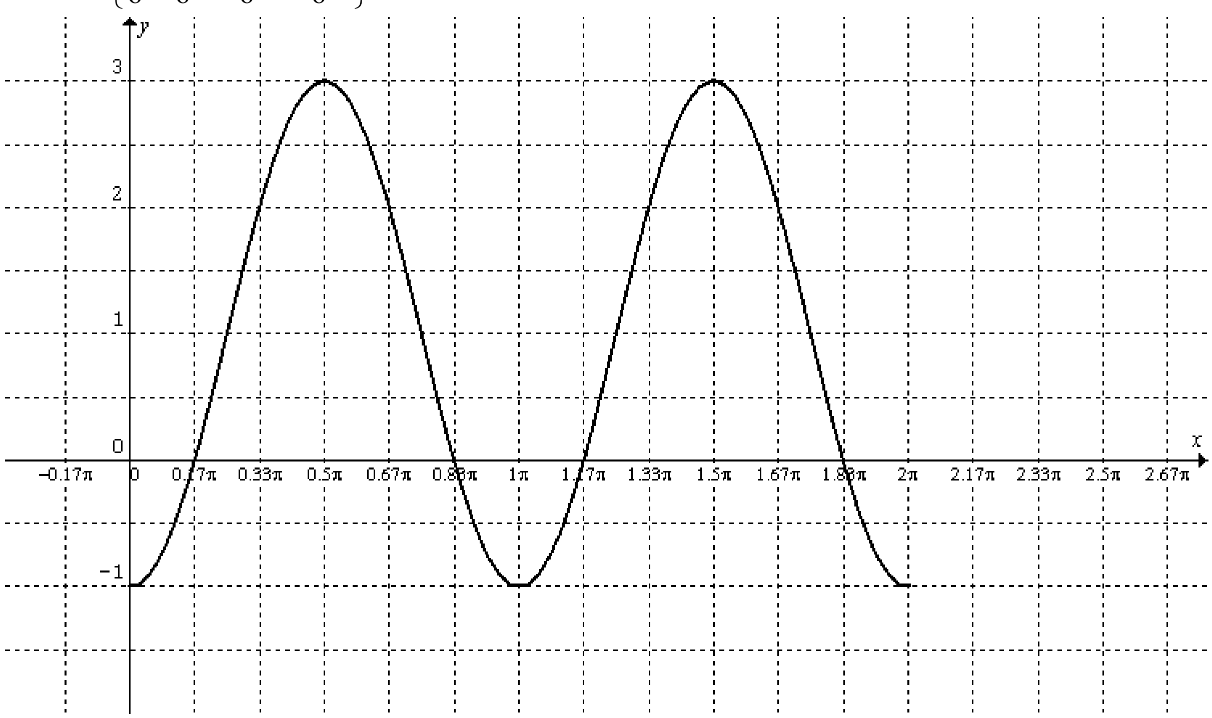
a) $f(x) = 1 + 2\,senx$ **en** $[0; 2\pi]$

Ceros = $\left\{\frac{7}{6}\pi; \frac{11}{6}\pi\right\}$ $C_+ = [0\,;\,7/6\,\pi\,) \cup (11/6\,\pi\,;\,2\pi]$ $C_- = (7/6\,\pi\,;\,11/6\pi)$



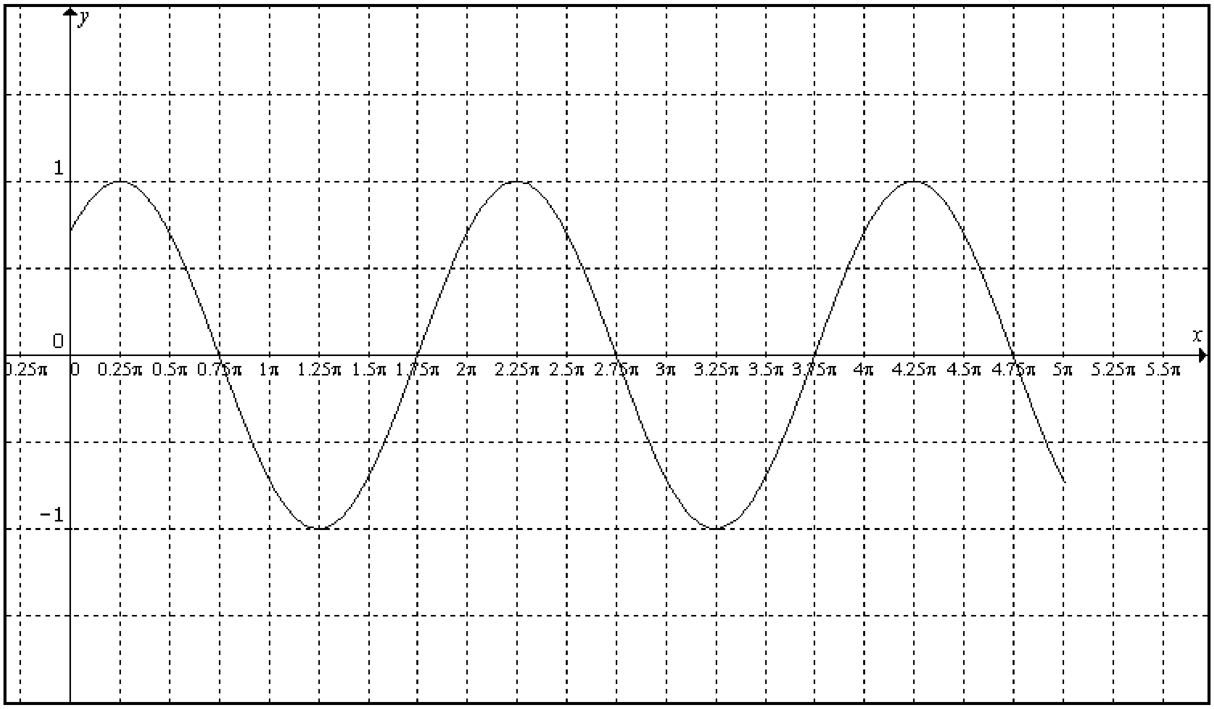
b) $f(x) = 3 - 4\cos^2 x$ **en** $[0; 2\pi]$

Ceros = $\left\{\frac{\pi}{6};\ \frac{5}{6}\pi;\ \frac{7}{6}\pi;\ \frac{11}{6}\pi\right\}$



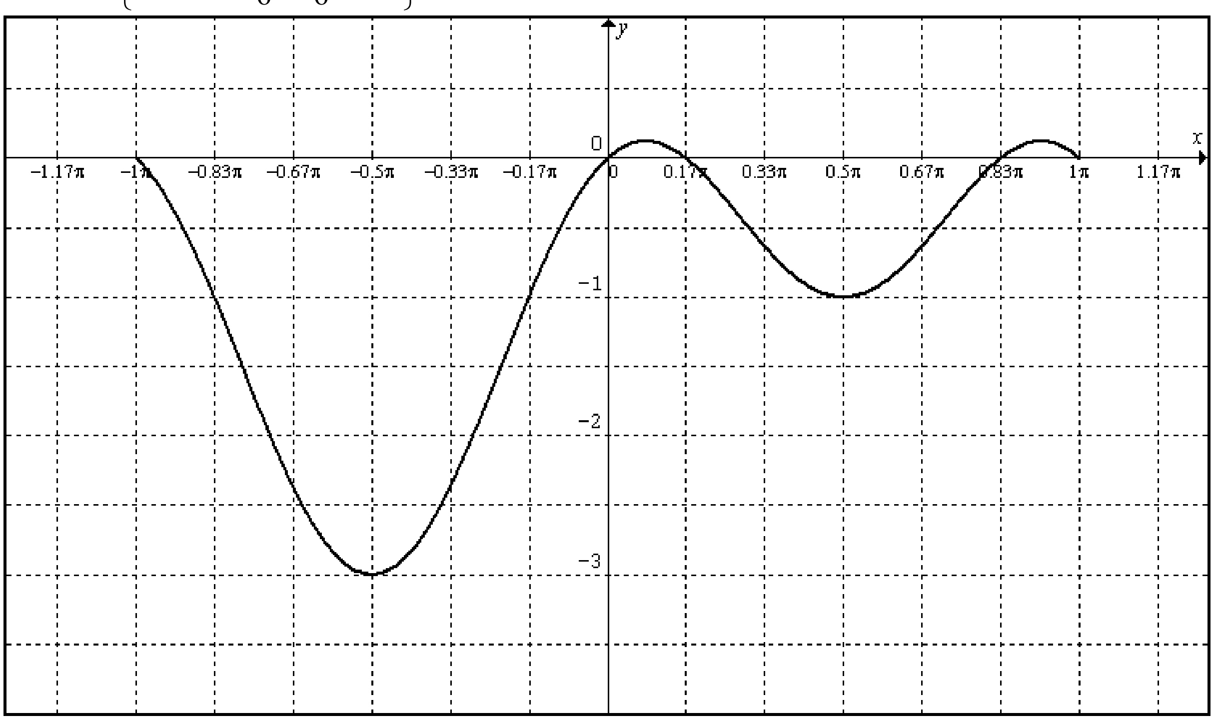
c) $f(x)=\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$ **en** $[0;5\pi]$

Ceros = $\left\{\frac{3}{4}\pi;\ \frac{5}{4}\pi;\ \frac{11}{4}\pi;\ \frac{15}{4}\pi;\ \frac{19}{4}\pi\right\}$



d) $f(x)=senx-2sen^2x$ **en** $[-\pi\ ,\ \pi]$

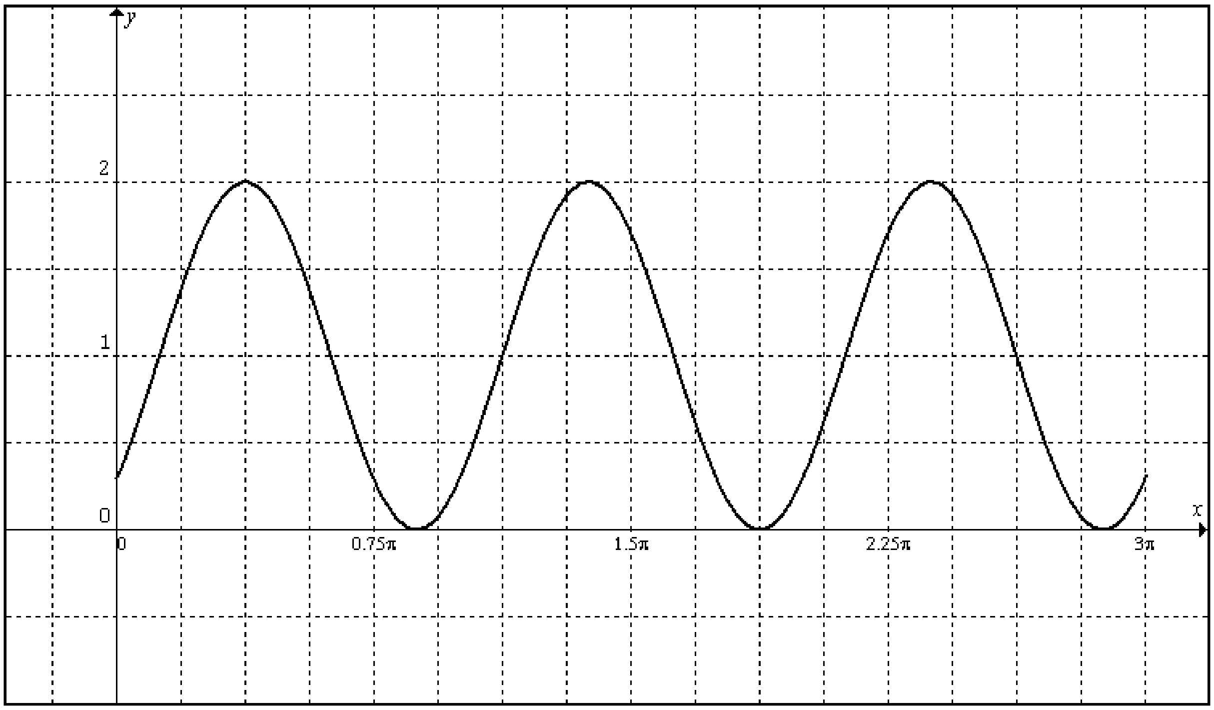
Ceros = $\left\{-\pi;\quad 0;\quad \frac{\pi}{6};\quad \frac{5}{6}\pi;\quad \pi\right\}$



e) $f(x) = sen\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + 1$ **en** $[0\,;3\,\pi]$

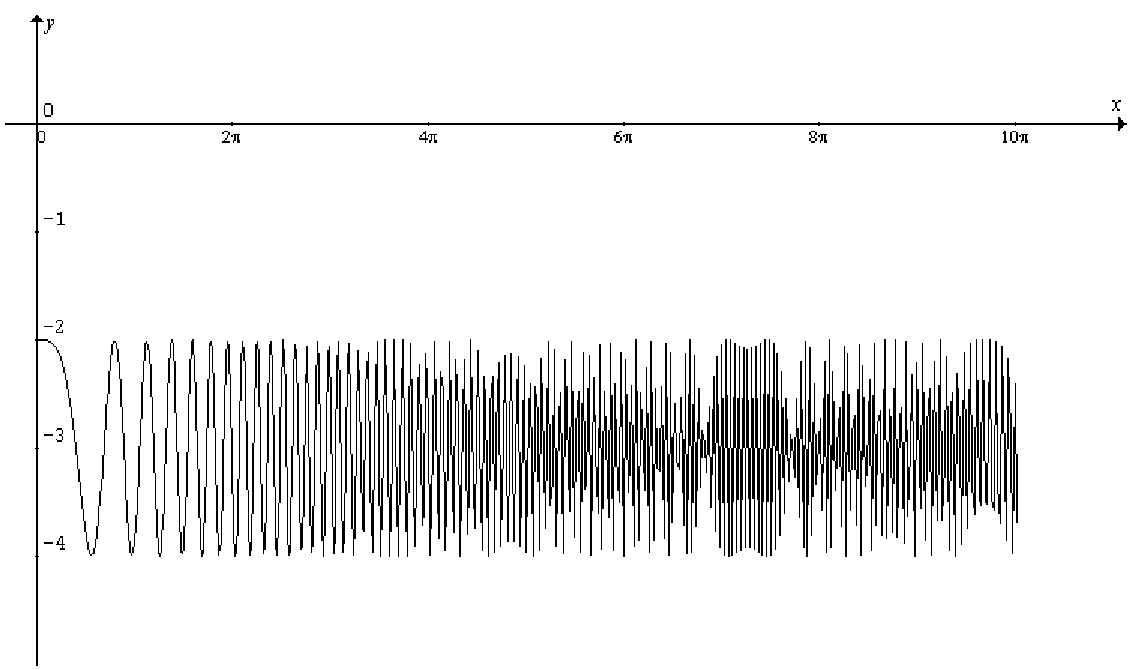
Ceros = $\left\{ \frac{7}{8}\pi;\ \ \frac{15}{8}\pi;\ \ \frac{23}{8}\pi \right\}$

$C^+ =\ [0\,; \frac{7}{8}\pi) \ \cup \left(\frac{7}{8}\pi; \frac{15}{8}\pi\right) \ \cup \left(\frac{15}{8}\pi; \frac{23}{8}\pi\right) \ \cup\ (\frac{23}{8}\pi\,; 3\pi]$ $\quad C^- = \varnothing$



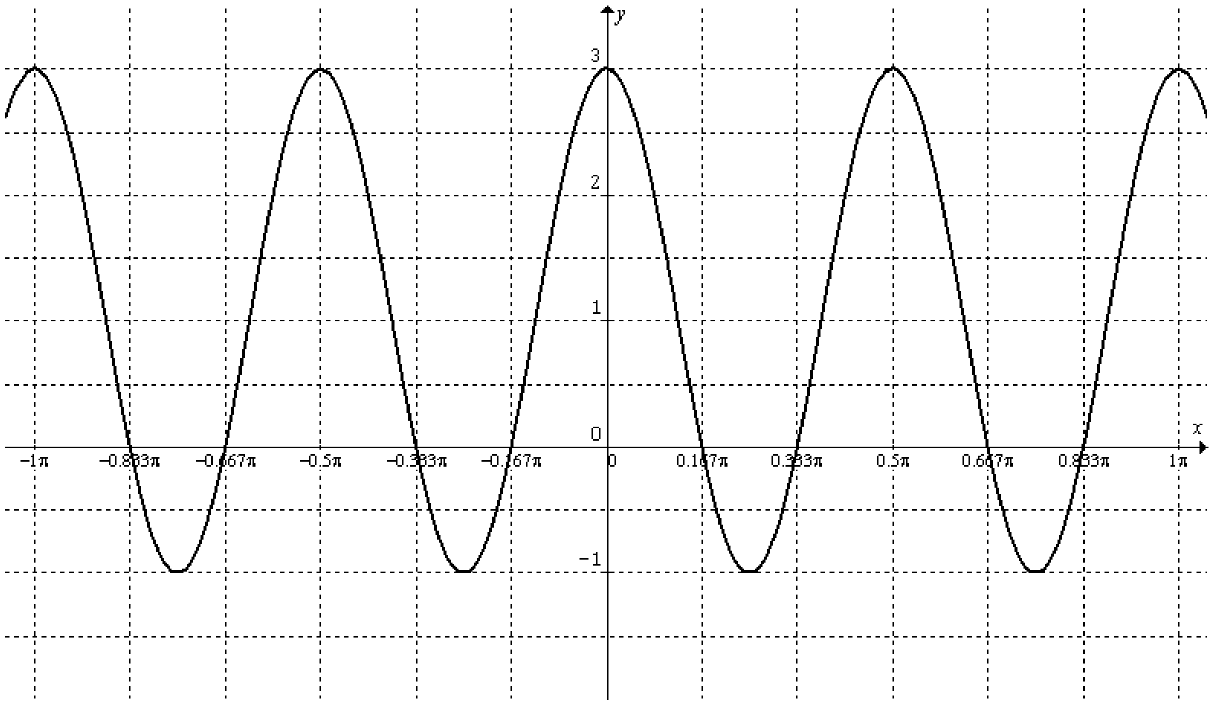
f) $f(x) = \cos(x^2) - 3$ **en** $[0\,;10\pi]$

Ceros = { } C+ = { } C- = $[0\,;10\pi]$



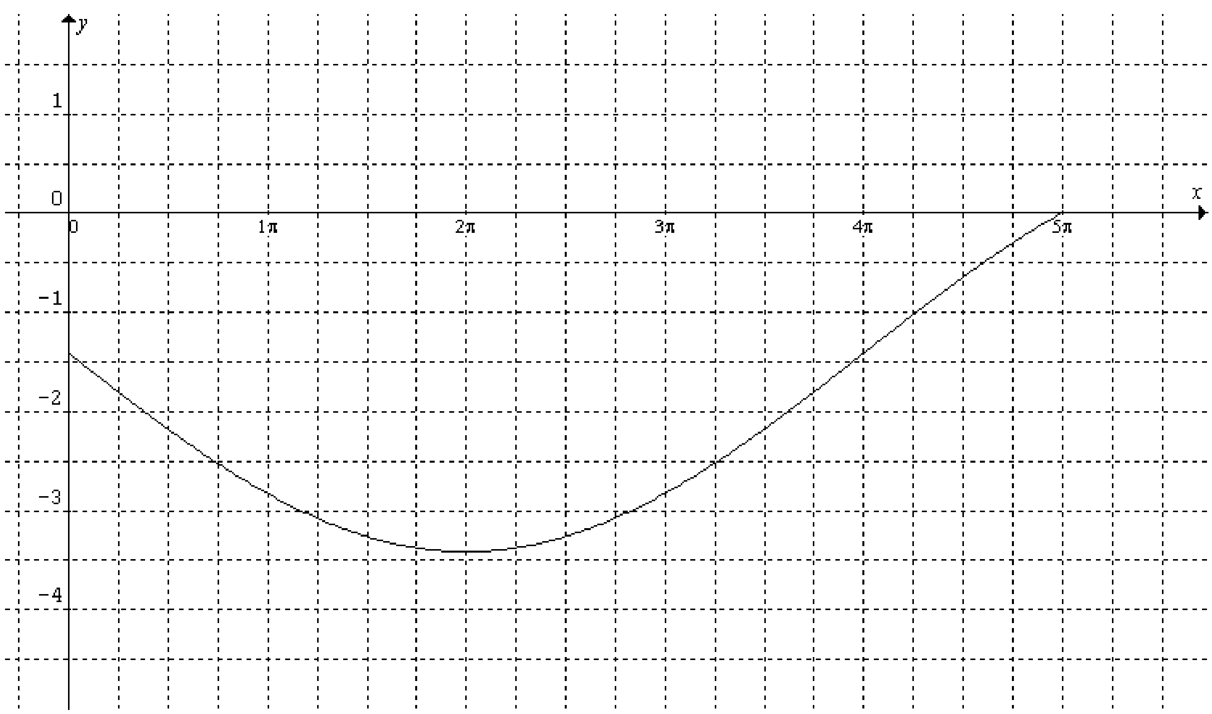
g) $f(x) = 1 - 2\cos(4x - \pi)$ **en** $[-\pi , \pi]$

Ceros = $\left\{-\frac{5}{6}\pi;\ -\frac{2}{3}\pi;\ -\frac{\pi}{3};\ -\frac{\pi}{6};\ \frac{\pi}{6};\ \frac{\pi}{3};\ \frac{2}{3}\pi;\ \frac{5}{6}\pi\right\}$



h) $f(x) = 2sen\left(\frac{\pi}{4} + \pi\right) - \sqrt{2}$ **en** $[0 , 5\pi]$

Ceros = $\{5\pi\}$ C+ = { } C- = $[0 , 5\pi)$



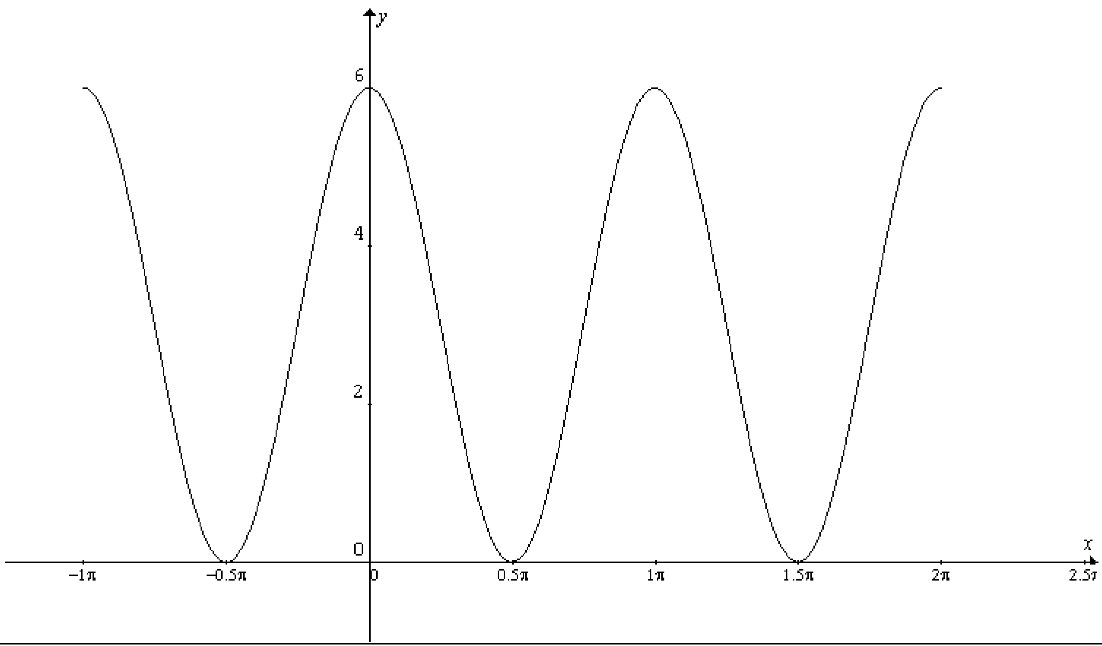
Ejercicio 5

Sea $f(x) = 3\cos 2x + 1$ Determinar todos los $x \in [-\pi; 2\pi]$ tales que $f(x) = -2$

$3\cos 2x + 1 = -2 \quad \Rightarrow \quad 3\cos 2x + 3 = 0$

Solución $= \left\{-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}; \frac{3}{2}\pi\right\}$

La interpretación gráfica del ejercicio se corresponde con la función $\boxed{g(x) = 3\cos 2x + 3}$***, cuyas raíces son la solución de la ecuación.***

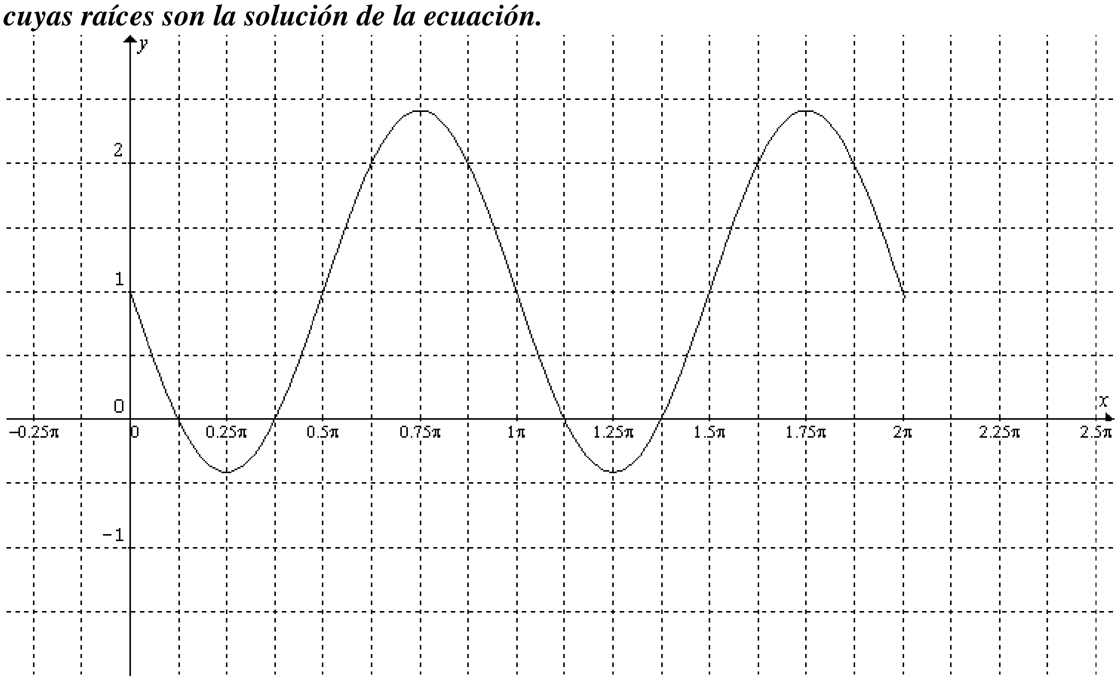


Ejercicio 6

(Es análogo al anterior.) Sea $g(x) = 2 - \sqrt{2}\ sen(2x)$ hallar $x \in [0; 2\pi]$ tales que $g(x) = 1$

Solución = $\left\{\frac{\pi}{8}; \frac{3}{8}\pi; \frac{9}{8}\pi; \frac{11}{8}\pi\right\}$

La interpretación gráfica del ejercicio se corresponde con la función $g(x) = 1 - \sqrt{2}\ sen(2x)$***, cuyas raíces son la solución de la ecuación.***



Ejercicio 7

a) Determinar el valor de $a \in \Re$ para que $f(x) = a\,sen(x+\pi)+1$ tenga un cero en $\pi/6$.

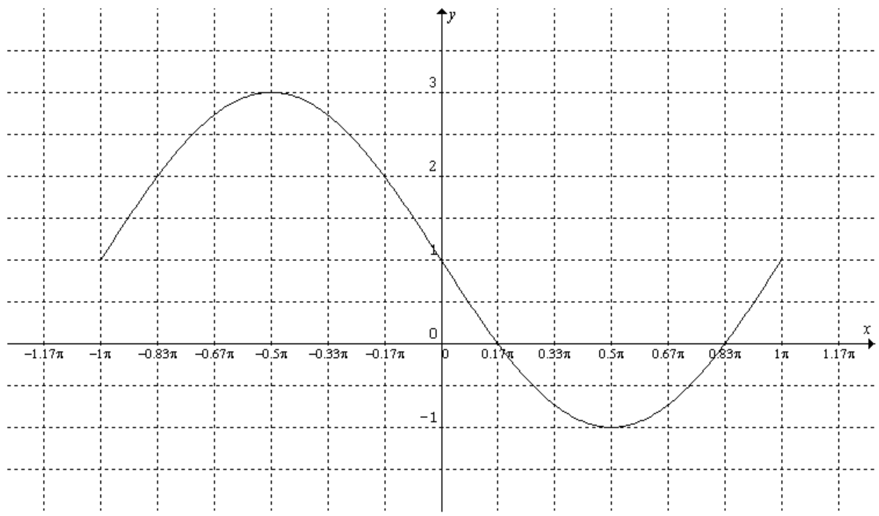
b) Encontrar los intervalos de positividad y negatividad de la función en el intervalo $[-\pi\ ,\ \pi]$ **.**

Rtas:

a) $a = 2$

b) $f(x) = 2\,sen(x+\pi)+1$ en el intervalo $[-\pi\ ,\ \pi]$

$C^{+} = [-\pi; \frac{\pi}{6}) \ \cup\ (\frac{5}{6}\pi; \pi]$ $\qquad C^{-} = \left(\frac{\pi}{6}; \frac{5}{6}\pi\right)$



Ejercicio 8

Para cada función, determinar su valor máximo y su valor mínimo, y en qué puntos alcanzan dichos valores.

Las respuestas están dadas en el intervalo $[0; 2\pi]$

En este ejercicio hay que tener en cuenta:

1) $f(x) = senx$ ***y*** $f(x) = \cos x$ ***SON FUNCIONES ACOTADAS en*** $[-1; 1]$.

2) Por propiedad de ángulos opuestos $\boxed{sen(-x) = -senx}$ ***y*** $\boxed{\cos(-x) = \cos x}$

a) **Máx en el punto** $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{1}{2}\right)$ **Mín en el punto** $\left(\frac{3\pi}{2}; -\frac{1}{2}\right)$

b) En este ejercicio aplico la propiedad de la función coseno para ángulos opuestos

$f(x) = 2\cos(-x) + 1 \ = 2\cos(x) + 1$

Máx en los puntos $(0; 3)$ y $(2\pi; 3)$ **Mín en el punto** $(\pi; -1)$

c) **Máx en los puntos** $(0; 3)$, $(\pi; 3)$ y $(2\pi; 3)$ **Mín en los puntos** $\left(\frac{\pi}{2}; -3\right)$ y $\left(\frac{3\pi}{2}; -3\right)$

d) Aplicando la propiedad de la función seno para ángulos opuestos, la función resulta

$f(x) = -\frac{1}{3}sen(3x) - 1$ Nota: se puede prescindir de esta propiedad.

Máx en los puntos $\left(\frac{\pi}{2}; -\frac{2}{3}\right)$, $\left(\frac{7\pi}{6}; -\frac{2}{3}\right)$ y $\left(\frac{11\pi}{6}; -\frac{2}{3}\right)$

Mín en los puntos $\left(\frac{\pi}{6}; -\frac{4}{3}\right)$, $\left(\frac{5\pi}{6}; -\frac{4}{3}\right)$ y $\left(\frac{3\pi}{2}; -\frac{4}{3}\right)$.