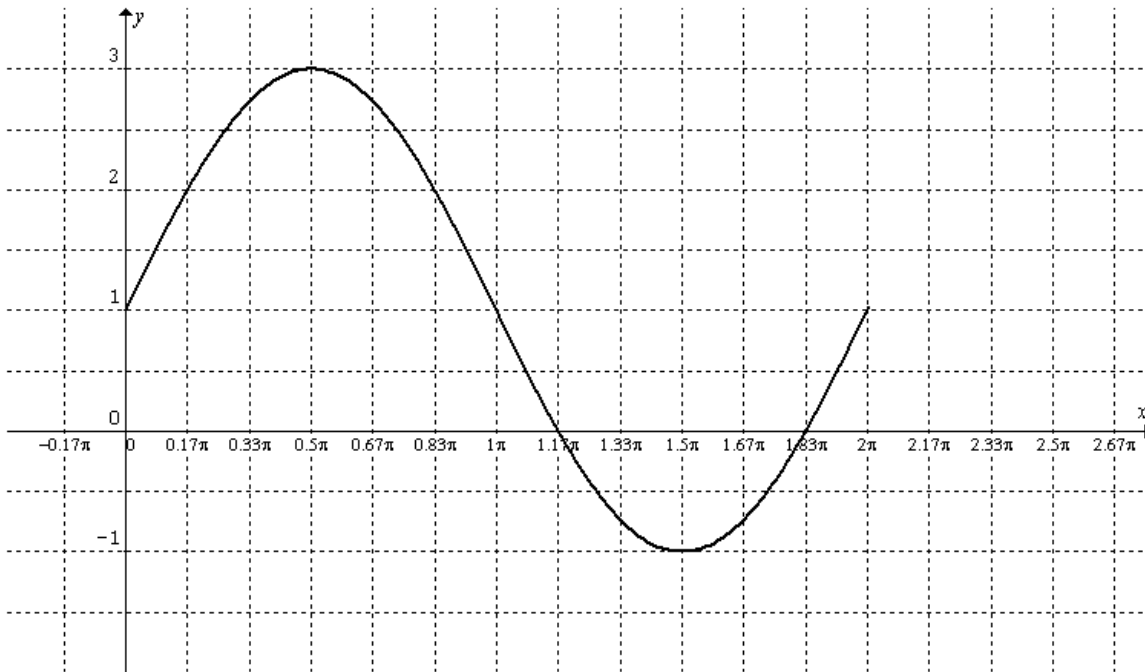


*En la mayoría de los ejercicios punto 4, falta expresar los intervalos de positividad y negatividad como intervalos o unión de intervalos. Para obtenerlos usar el T. de Bolzano y los ceros de la función.*

**Ejercicio 4**

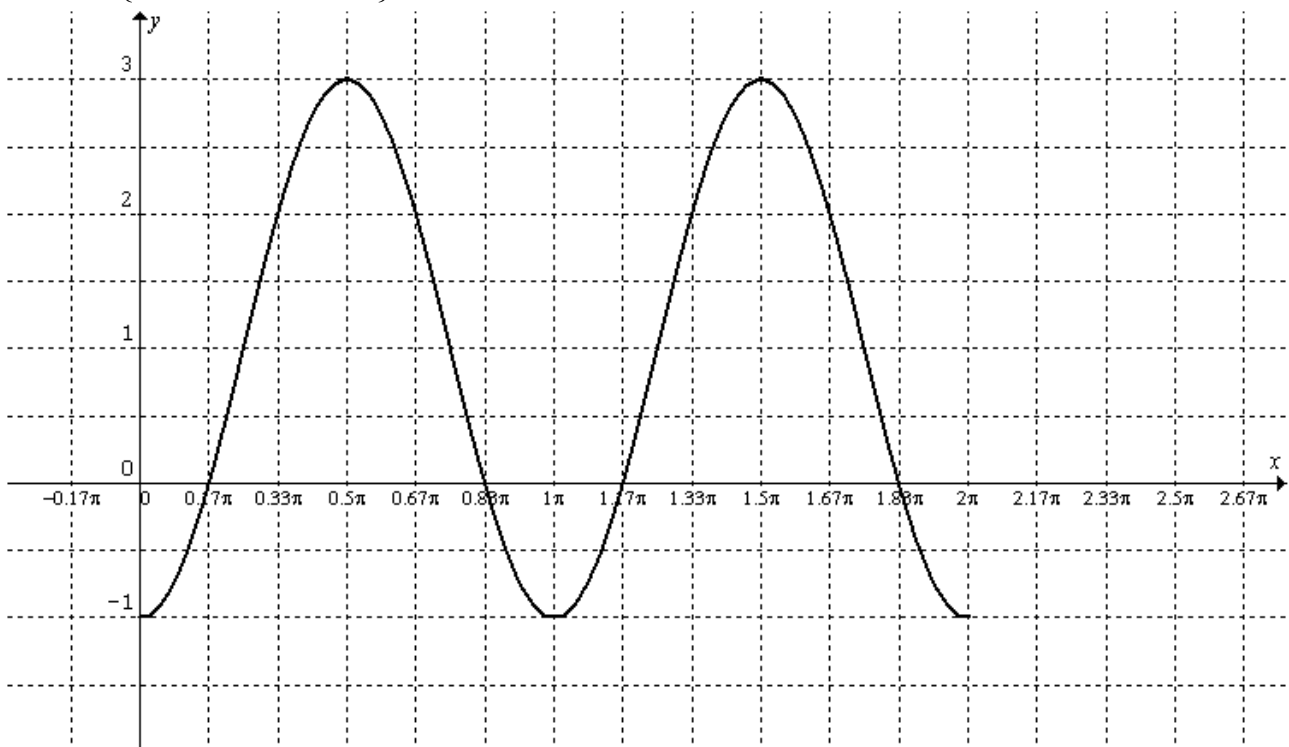
a)  $f(x) = 1 + 2 \operatorname{sen} x$  en  $[0; 2\pi]$

Ceros =  $\left\{ \frac{7}{6}\pi; \frac{11}{6}\pi \right\}$      $C_+ = [0; 7/6 \pi) \cup (11/6 \pi; 2\pi]$      $C_- = (7/6 \pi; 11/6\pi)$



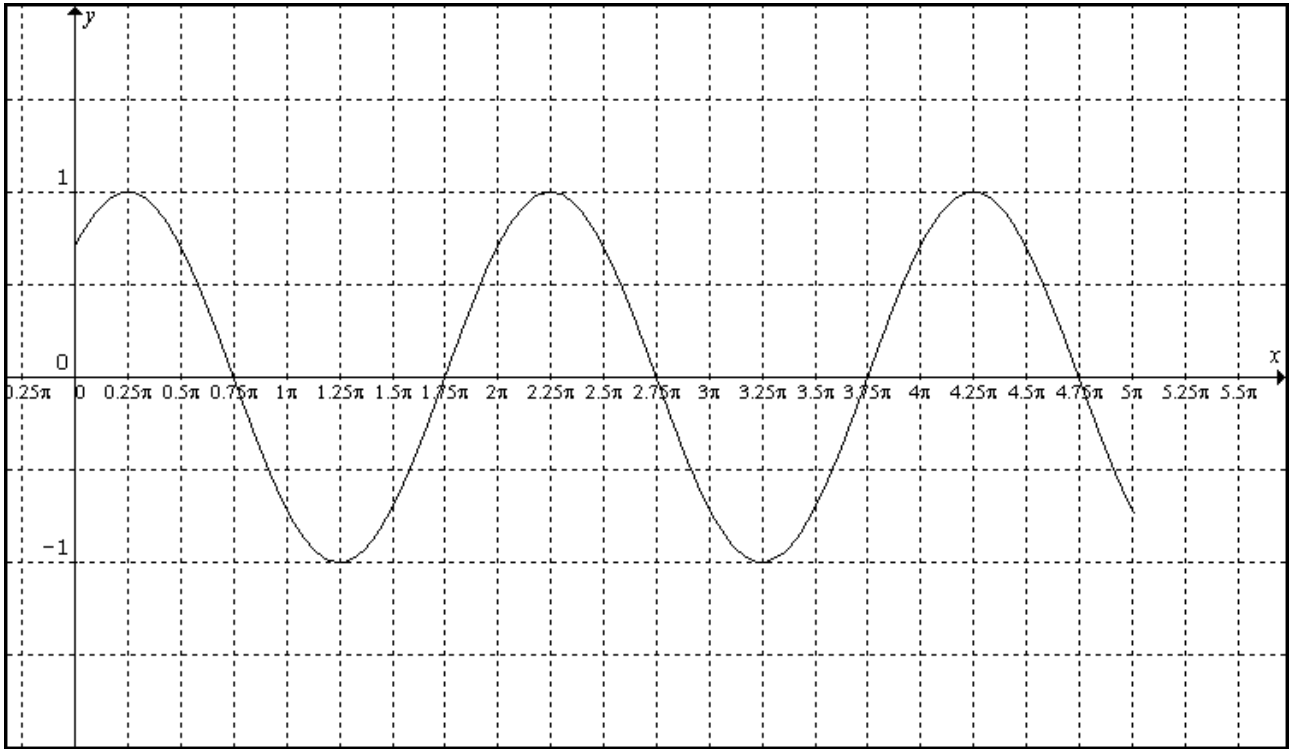
b)  $f(x) = 3 - 4 \cos^2 x$  en  $[0; 2\pi]$

Ceros =  $\left\{ \frac{\pi}{6}; \frac{5}{6}\pi; \frac{7}{6}\pi; \frac{11}{6}\pi \right\}$



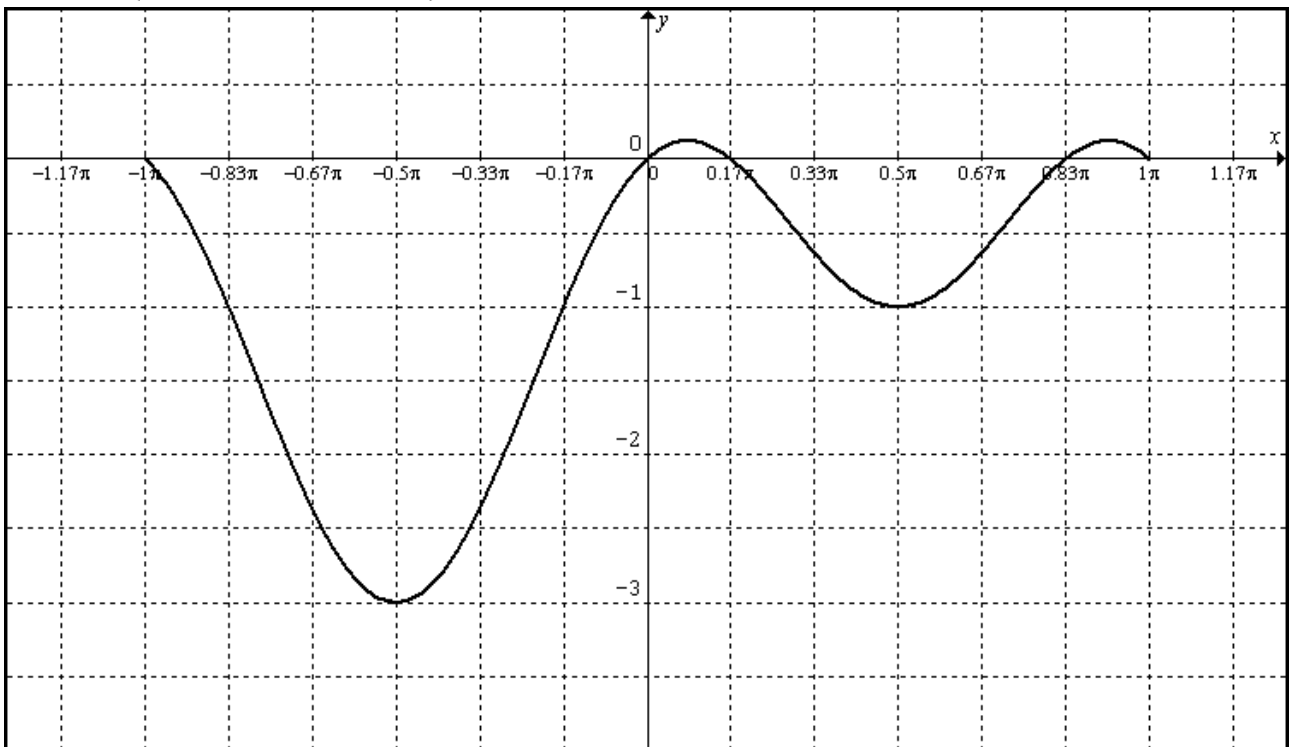
c)  $f(x) = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$  en  $[0; 5\pi]$

Ceros =  $\left\{\frac{3}{4}\pi; \frac{7}{4}\pi; \frac{11}{4}\pi; \frac{15}{4}\pi; \frac{19}{4}\pi\right\}$



d)  $f(x) = \text{sen}x - 2\text{sen}^2x$  en  $[-\pi, \pi]$

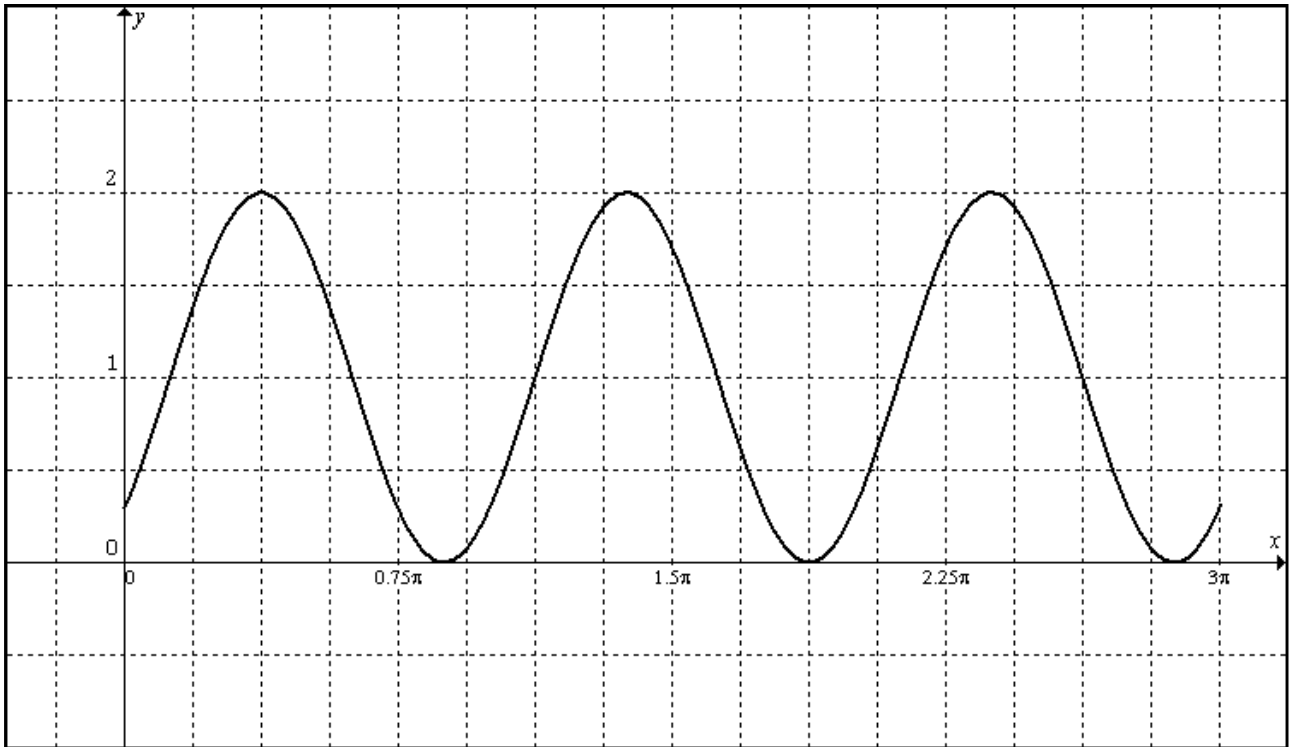
Ceros =  $\left\{-\pi; 0; \frac{\pi}{6}; \frac{5}{6}\pi; \pi\right\}$



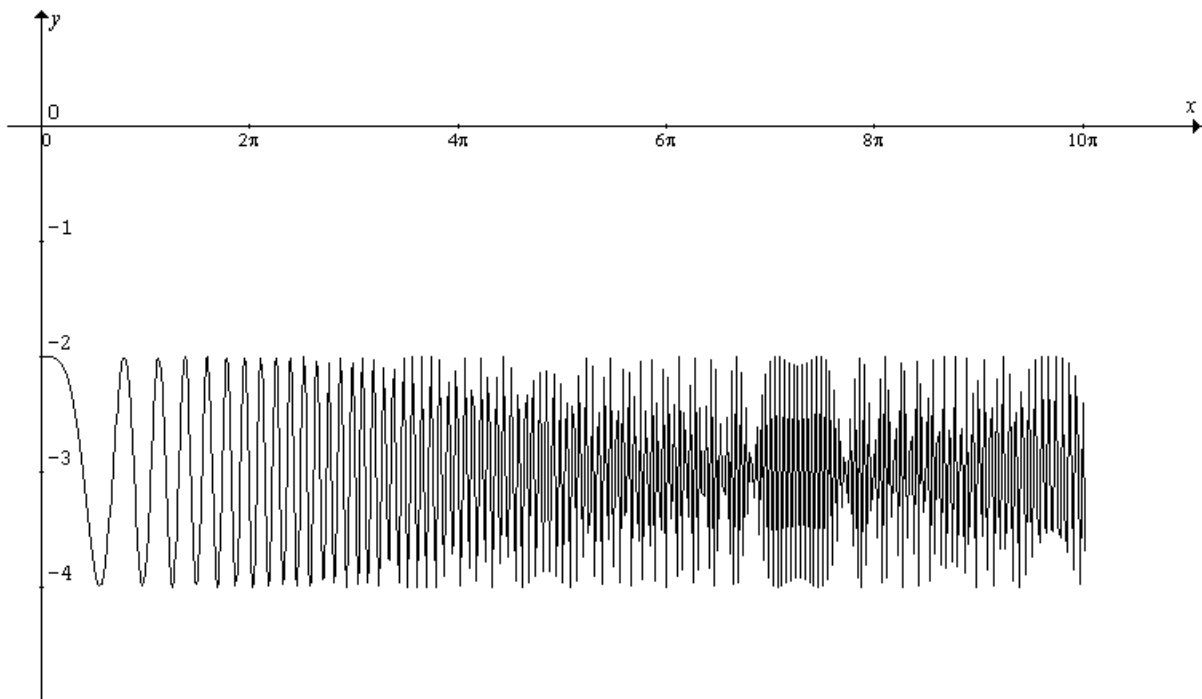
e)  $f(x) = \text{sen}\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + 1$  en  $[0; 3\pi]$

Ceros =  $\left\{ \frac{7}{8}\pi; \frac{15}{8}\pi; \frac{23}{8}\pi \right\}$

$C^+ = [0; \frac{7}{8}\pi) \cup (\frac{7}{8}\pi; \frac{15}{8}\pi) \cup (\frac{15}{8}\pi; \frac{23}{8}\pi) \cup (\frac{23}{8}\pi; 3\pi]$   $C^- = \emptyset$

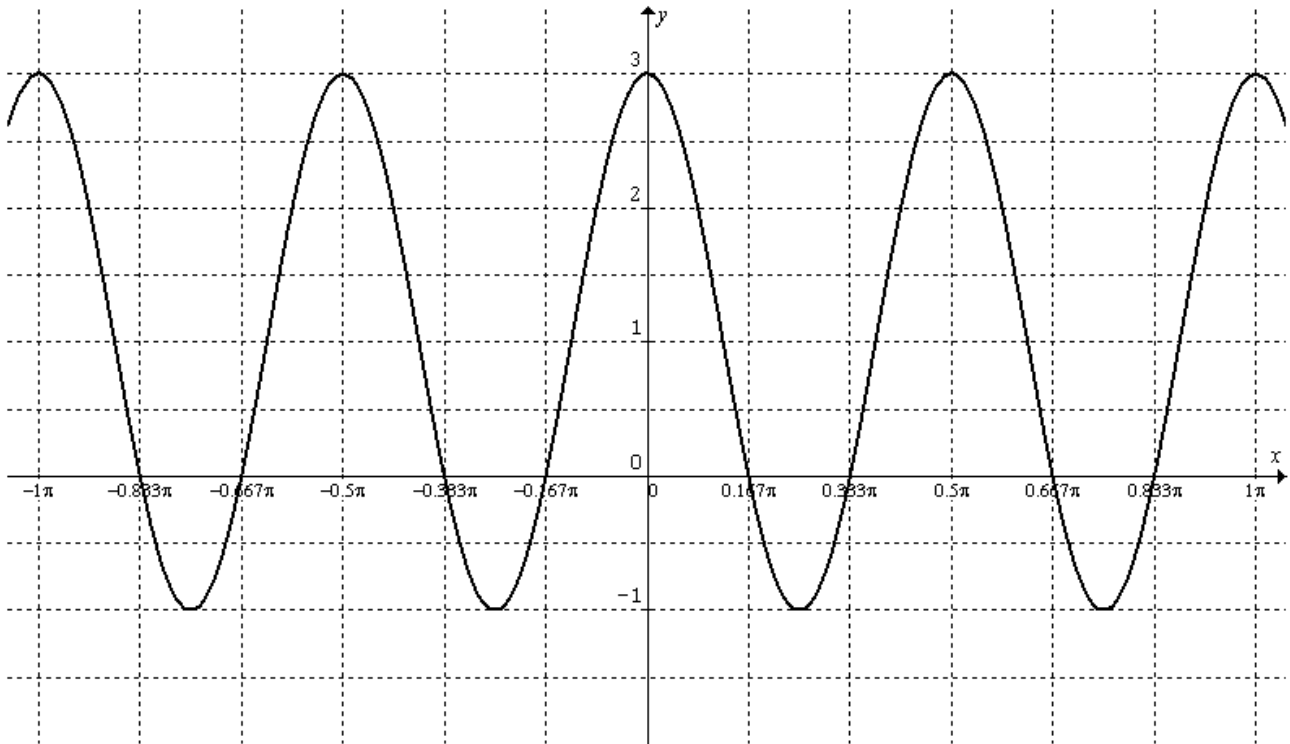


f)  $f(x) = \cos(x^2) - 3$  en  $[0; 10\pi]$   
 Ceros =  $\{\}$   $C^+ = \{\}$   $C^- = [0; 10\pi]$



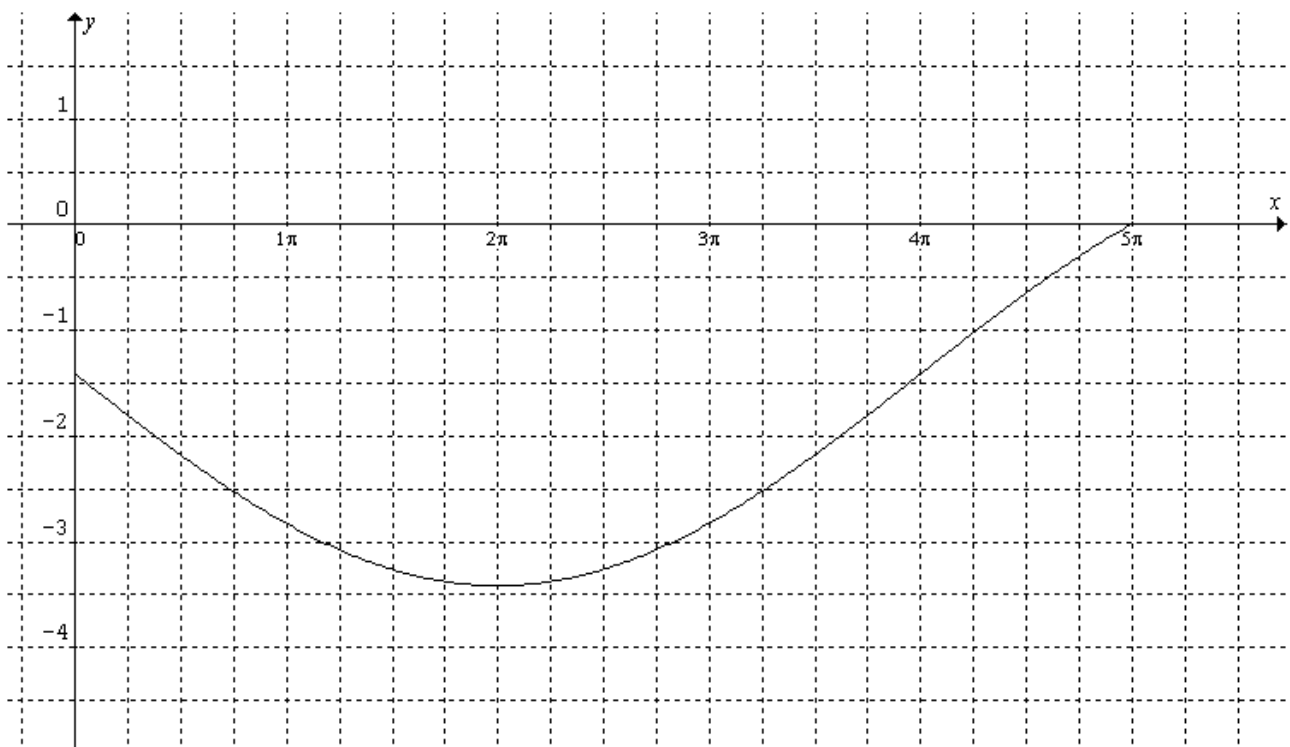
g)  $f(x) = 1 - 2 \cos(4x - \pi)$  en  $[-\pi, \pi]$

Ceros =  $\left\{ -\frac{5}{6}\pi, -\frac{2}{3}\pi, -\frac{\pi}{3}, -\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}, \frac{2}{3}\pi, \frac{5}{6}\pi \right\}$



h)  $f(x) = 2 \operatorname{sen}\left(\frac{x}{4} + \pi\right) - \sqrt{2}$  en  $[0, 5\pi]$

Ceros =  $\{5\pi\}$     C+ =  $\{\}$     C- =  $[0, 5\pi)$



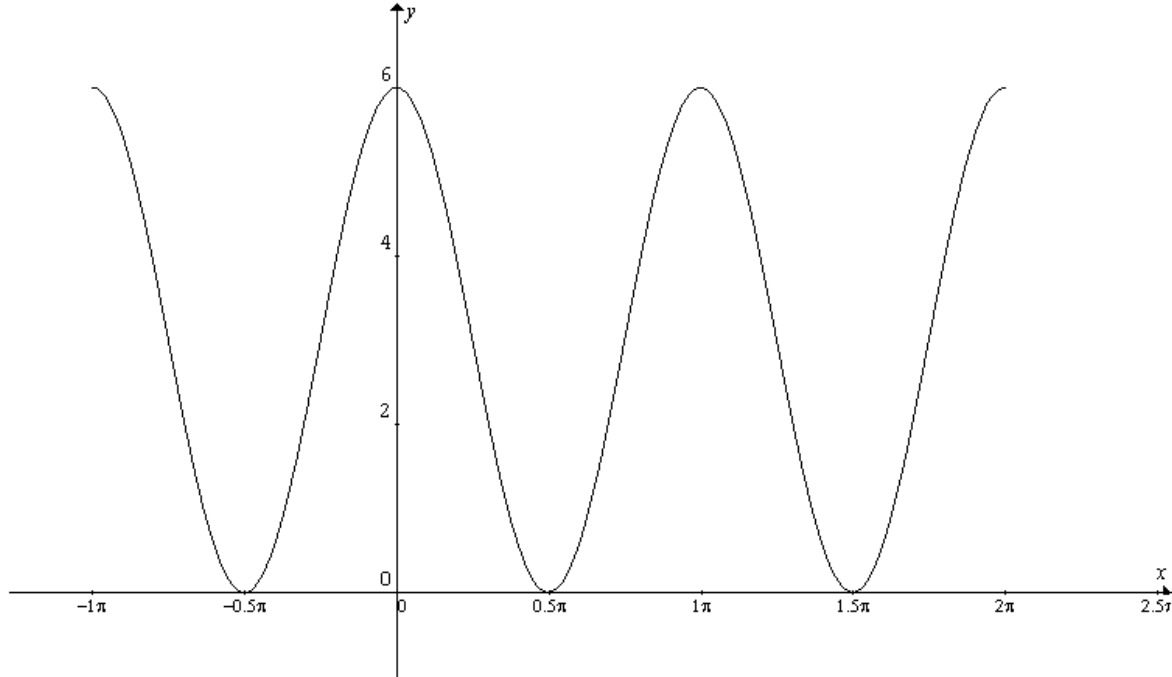
**Ejercicio 5**

Sea  $f(x) = 3 \cos 2x + 1$  Determinar todos los  $x \in [-\pi, 2\pi]$  tales que  $f(x) = -2$

$$3 \cos 2x + 1 = -2 \Rightarrow 3 \cos 2x + 3 = 0$$

$$\text{Solución} = \left\{ -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}; \frac{3}{2}\pi \right\}$$

**La interpretación gráfica del ejercicio se corresponde con la función  $g(x) = 3 \cos 2x + 3$ , cuyas raíces son la solución de la ecuación.**

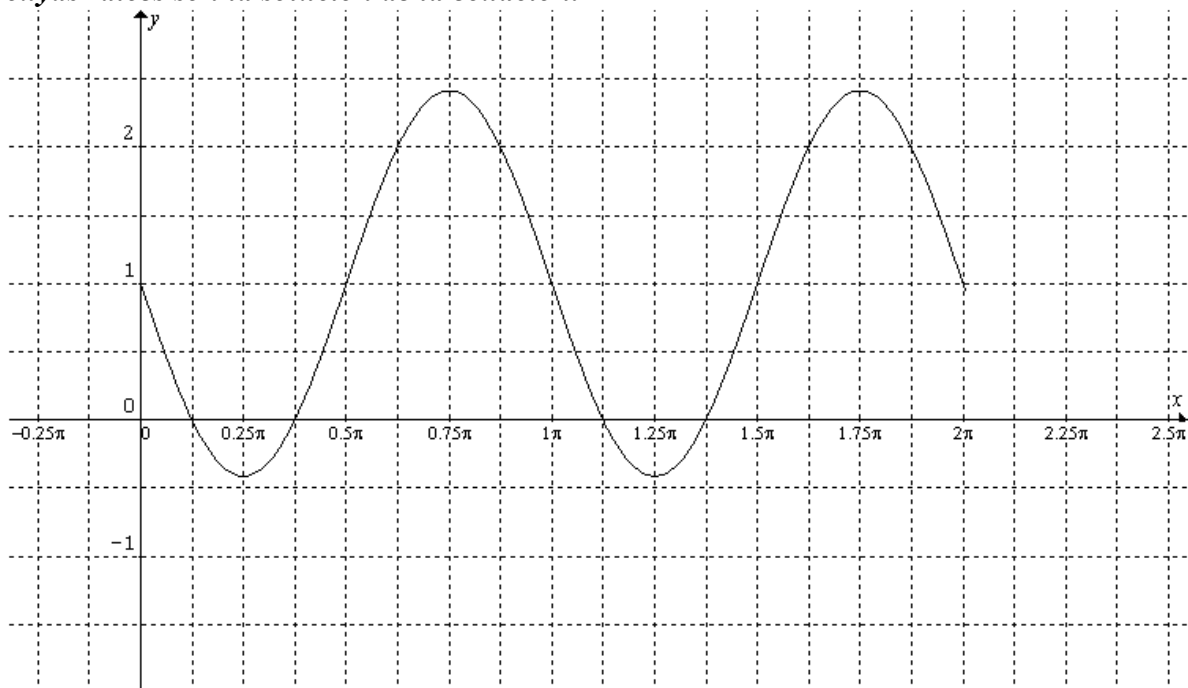


**Ejercicio 6**

(Es análogo al anterior.) Sea  $g(x) = 2 - \sqrt{2} \operatorname{sen}(2x)$  hallar  $x \in [0; 2\pi]$  tales que  $g(x) = 1$

$$\text{Solución} = \left\{ \frac{\pi}{8}; \frac{3}{8}\pi; \frac{9}{8}\pi; \frac{11}{8}\pi \right\}$$

**La interpretación gráfica del ejercicio se corresponde con la función  $g(x) = 1 - \sqrt{2} \operatorname{sen}(2x)$ , cuyas raíces son la solución de la ecuación.**



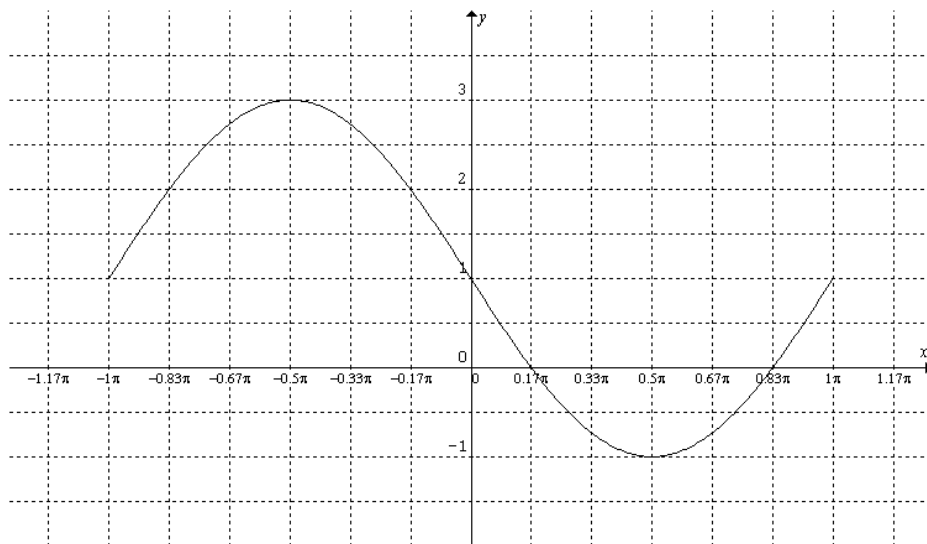
### Ejercicio 7

- a) Determinar el valor de  $a \in \mathfrak{R}$  para que  $f(x) = a \operatorname{sen}(x + \pi) + 1$  tenga un cero en  $\frac{\pi}{6}$ .  
 b) Encontrar los intervalos de positividad y negatividad de la función en el intervalo  $[-\pi, \pi]$ .

Rtas:

- a)  $a = 2$   
 b)  $f(x) = 2 \operatorname{sen}(x + \pi) + 1$  en el intervalo  $[-\pi, \pi]$

$$C^+ = [-\pi; \frac{\pi}{6}) \cup (\frac{5}{6}\pi; \pi] \quad C^- = (\frac{\pi}{6}; \frac{5}{6}\pi)$$



### Ejercicio 8

Para cada función, determinar su valor máximo y su valor mínimo, y en qué puntos alcanzan dichos valores.

**Las respuestas están dadas en el intervalo  $[0; 2\pi]$**

En este ejercicio hay que tener en cuenta:

- 1)  $f(x) = \operatorname{sen} x$  y  $f(x) = \operatorname{cos} x$  SON FUNCIONES ACOTADAS en  $[-1; 1]$ .  
 2) Por propiedad de ángulos opuestos  $\operatorname{sen}(-x) = -\operatorname{sen} x$  y  $\operatorname{cos}(-x) = \operatorname{cos} x$

a) Máx en el punto  $(\frac{\pi}{2}; \frac{1}{2})$       Mín en el punto  $(\frac{3\pi}{2}; -\frac{1}{2})$

- b) En este ejercicio aplico la propiedad de la función coseno para ángulos opuestos  
 $f(x) = 2 \operatorname{cos}(-x) + 1 = 2 \operatorname{cos}(x) + 1$

Máx en los puntos  $(0; 3)$  y  $(2\pi; 3)$       Mín en el punto  $(\pi; -1)$

c) Máx en los puntos  $(0; 3)$ ,  $(\pi; 3)$  y  $(2\pi; 3)$       Mín en los puntos  $(\frac{\pi}{2}; -3)$  y  $(\frac{3\pi}{2}; -3)$

- d) Aplicando la propiedad de la función seno para ángulos opuestos, la función resulta

$f(x) = -\frac{1}{3} \operatorname{sen}(3x) - 1$       Nota: se puede prescindir de esta propiedad.

Máx en los puntos  $(\frac{\pi}{2}; -\frac{2}{3})$ ,  $(\frac{7\pi}{6}; -\frac{2}{3})$  y  $(\frac{11\pi}{6}; -\frac{2}{3})$

Mín en los puntos  $(\frac{\pi}{6}; -\frac{4}{3})$ ,  $(\frac{5\pi}{6}; -\frac{4}{3})$  y  $(\frac{3\pi}{2}; -\frac{4}{3})$ .